Piger-lesmaths

Méthodes, Astuces
Résultats

Corrigé du Brevet Mathématiques
(Métropole 2017)

Voir le sujet : Cliquez ici

Exercice 1 :

1) Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir une boule bleue est égale à $\frac{3}{5}$

L'urne ne contient que des boules vertes et bleues donc l'évènement « obtenir une boule bleue » est l'évènement contraire de « obtenir une boule verte ». De ce fait la probabilité d'obtenir une boule bleue est égale à :

$$p_2 = 1 - p_1$$
$$= 1 - \frac{2}{5}$$
$$= \frac{5}{5} - \frac{2}{5}$$
$$= \frac{5-2}{5}$$
$$= \frac{3}{5}$$

2) Paul a effectué 6 tirages et a obtenu une boule verte à chaque fois. Au 7e tirage, aura-t-il plus de chances d'obtenir une boule bleue qu'une boule verte ?

Au 7e tirage, Paul aura toujours 2 chances sur 5 d'obtenir une boule verte et 3 chances sur 5 d'obtenir un boule bleue. Il aura donc plus de chance d'obtenir une boule bleue.

3) **Déterminer le nombre de boules bleues dans cette urne sachant qu'il y a 8 boules vertes.**

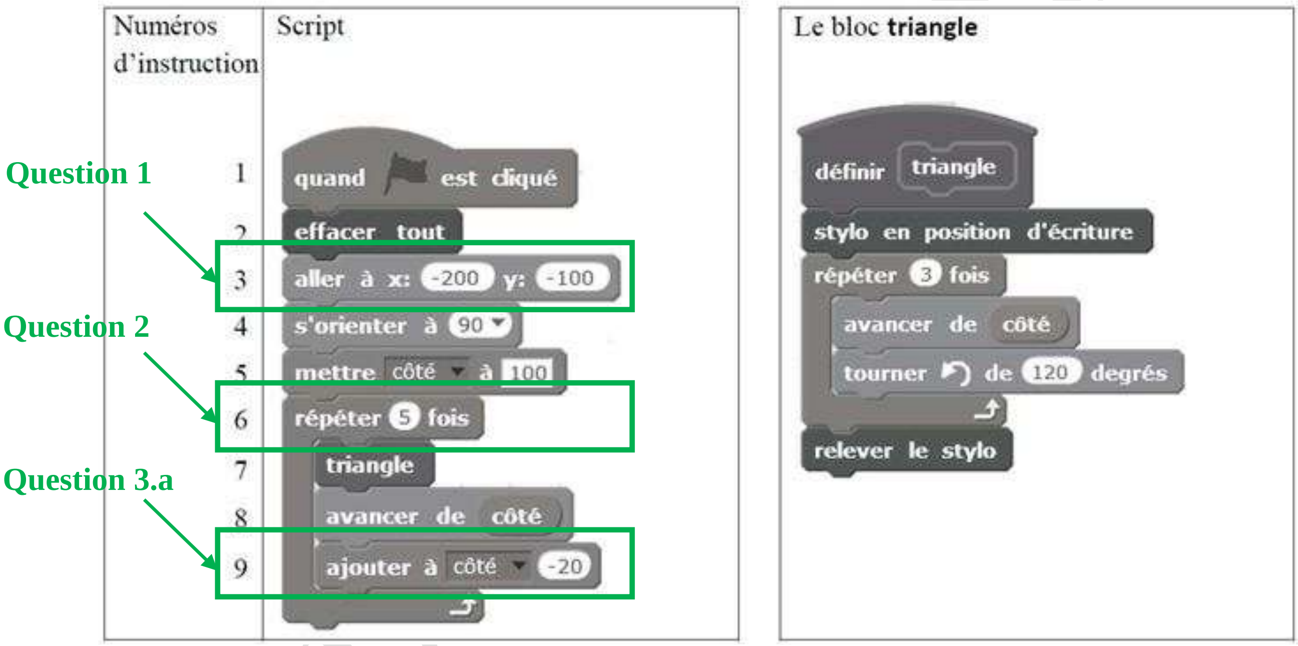
On suppose qu'il y a équiprobabilité. Notons N le nombre total de boules.
Puisque la probabilité d'obtenir une boule verte est $\frac{2}{5}$ et qu'il y a équiprobabilité on a :

$$p1 = \frac{8}{N} = \frac{2}{5}$$

Donc : $$N = \frac{8 \times 5}{5} = 20$$ [Application du Produit en Croix]

Il y a donc **20 boules** au total et **8 boules** vertes donc **12 boules** bleues.

Exercice 2 :



1) **Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?**

Les coordonnées du point de départ du tracé sont : (−200 ; −100).

2) **Combien de triangles sont dessinés par le script ?**

La boucle présente l'instruction « **répéter 5 fois** » donc **5 triangles** sont dessinés par le script.

3)

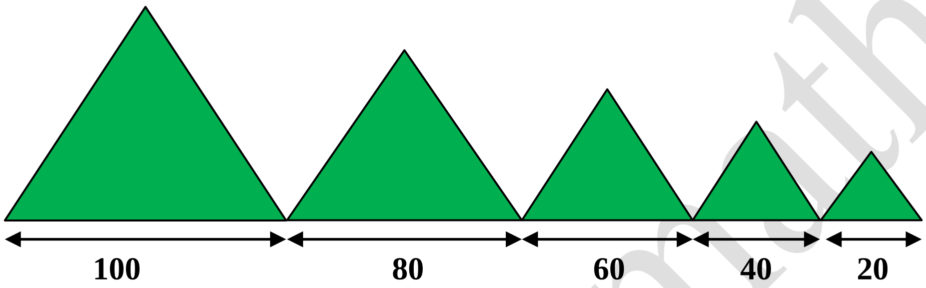
a. **Quelle est la longueur (en pixels) du côté du deuxième triangle tracé ?**

Dans la boucle on trouve l'instruction « **ajouter à côté −20** » donc le premier triangle équilatéral tracé sera de côté 100 pixels et le deuxième de côté **100 − 20 = 80 pixels**.

b. Tracer à main levée l'allure de la figure obtenue quand on exécute ce script.

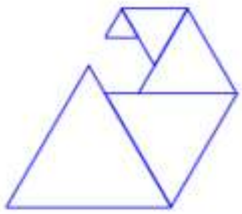
On obtient 5 triangles équilatéraux de côtés 100, 80, 60, 40 et 20 pixels.

Triangle N°	Côté
1	100
2	100 – 20 = 80
3	80 – 20 = 60
4	60 – 20 = 40
5	40 – 20 = 20

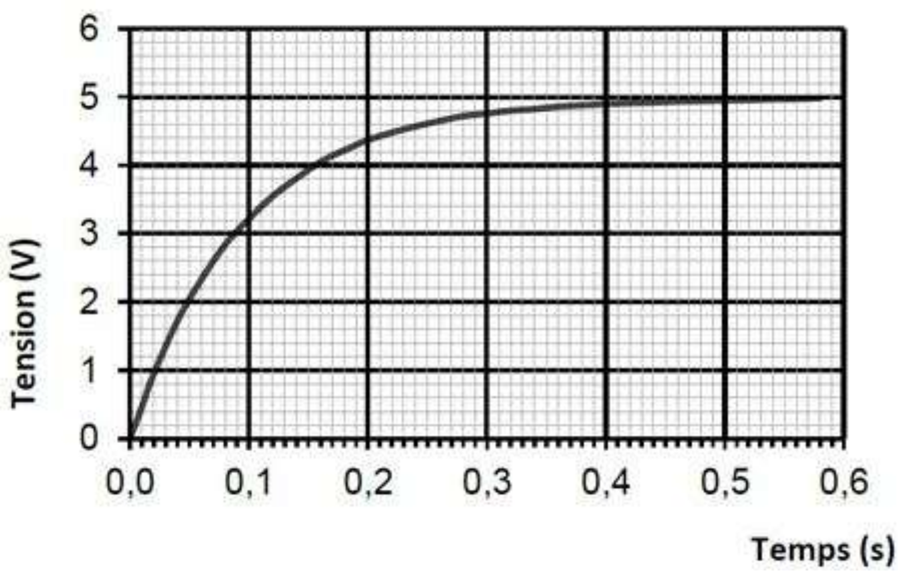


4)

Pour obtenir la nouvelle figure, on peut placer l'instruction « **tourner de 60 degrés** » après la **8ème ou la 9ème instruction**.



Exercice 3 :



1) S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier.

La courbe représentative de la situation n'est pas une droite passant par l'origine du repère, donc il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.

2) Quelle est la tension mesurée au bout de 0,2 s ?
La tension mesurée au bout de 0,2 s est environ 4,4 V.

3) Au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur aura-t-elle atteint 60% de la tension maximale qui est estimée à 5 V ?

La tension maximale est estimée à **5 V**.
On calcule 60% de 5V :

$$5V \times 60/100 = 5V \times 0,6 = 3V$$

Voir la vidéo sur Comment Appliquer un Pourcentage ?

Sur le graphique, on voit que la tension de **3 V** est atteinte au bout d'environ **0,09 secondes**.

Exercice 4 :

1) En mai 2015, on installe une centrale solaire du type B, d'une puissance de 28 kW. Vérifier que le prix d'achat de 31 420 kWh est d'environ 4 383.

*Tarifs d'un kWh en **centimes d'euros***

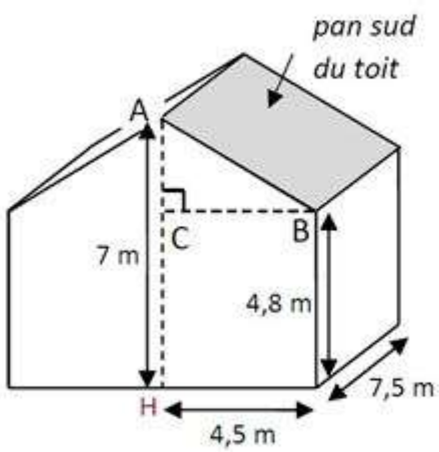
		Date d'installation			
Type d'installation	Puissance totale	Du 01/01/15 au 31/03/15	du 01/04/15 au 30/06/15	du 01/07/15 au 30/09/15	du 01/10/15 au 31/12/15
Type A	0 à 9 kW	26,57	26,17	25,78	25,39
Type B	0 à 36 kW	13,46	13,95	14,7	14,4
	36 à 100 kW	12,79	13,25	13,96	13,68

D'après le tableau, en mai 2015 (colonne du 01/04/15 au 30/06/15), le prix du kWh pour une centrale de type B, d'une puissance comprise entre 0 et 36kWh est de 13,95 centimes d'euros donc 0,139 5 euros.

Donc, le prix d'achat de 31 420 kWh est de :

$$31420 \times 0,1395 = 4383,09 \approx \mathbf{4383e}$$

2) Déterminer, au degré près, l'angle $\widehat{ABC}$ que forme ce pan sud du toit avec l'horizontale.



Le triangle ABC est rectangle en C avec BC = 4,5 m et en supposant que le point C appartient au segment [AH] on a : AC = 7m − 4, 8 m = 2,2m donc :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} \Leftrightarrow \tan \widehat{ABC} = \frac{2,2}{4,5}$$

Et donc :

$$\widehat{ABC} = \arctan \frac{2,2}{4,5} \approx 26°$$

3)

a. Montrer que la longueur AB est environ égale à 5 m.

Dans le triangle C AB rectangle en C , d'après le théorème de Pythagore on a :

Voir Cours sur le Théorème de Pythagore

$$AB^2 = CA^2 + CB^2$$
$$AB^2 = 4,5^2 + 2,2^2$$
$$AB^2 = 20,25 + 4,84$$
$$AB^2 = 25,09$$

Or AB est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$AB = \sqrt{25,09}$$
$$\Leftrightarrow AB \approx 5,01\text{m}$$

La longueur AB est environ égale à **5m**.

b. Quel pourcentage de la surface totale du pan sud du toit sera alors couvert par les panneaux solaires ? On donnera une valeur approchée du résultat à 1% près.

- Le pan sud du toit est un rectangle de côtés 7,5m et environ 5m. Son aire est donc d'environ :
  $A1 \approx 7,5 \times 5 = 37,5 \text{ m}^2$

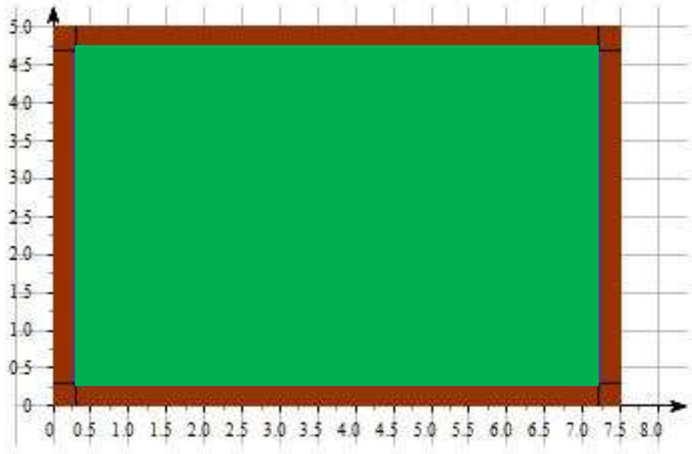
- Le propriétaire prévoit d'installer 20 panneaux de forme carré de 1 m de côté, donc l'aire totale des panneaux est :

$$A2 = 20 \times 1 \text{ m}^2 = 20 \text{ m}^2$$

- Le pourcentage de la surface totale du pan sud du toit qui sera alors couvert par les panneaux solaires est de :

$$\frac{20}{37.5} = 53\%$$

c. Le propriétaire peut-il installer les 20 panneaux prévus ?



Les panneaux doivent être accolés les uns aux autres et une bordure d'au moins 30 cm de large (soit 0,3 m) doit être laissée libre. Donc on cherche à installer les 20 panneaux dans un rectangle de côtés 6,9 m et 4,4 m (en vert sur le dessin) puisque :

$$7,5 - 2 \times 0,3 = 6,9 \text{ m}$$
$$5 - 2 \times 0,3 = 4,4 \text{ m}$$

On peut installer sur la largeur au maximum 4 carrés de 1m de côté et sur la longueur au maximum 6 carrés soit un total de 6 × 4 = **24** carrés de 1m de côté.

Le propriétaire peut donc installer les **20 panneaux prévus.**

Exercice 5 :

1) A-t-elle nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h ?

- **Méthode 1 :**

La danoise Pernille Blume a parcouru 50m = 0,05 km en 24,07 secondes.

On calcule combien de km va-t-elle parcourir en 1h soit 3 600 secondes :

Distance	*0,05 km*	*d = ?*
Temps	*24,07 s*	*3 600 s (1heure)*

Voir le cours sur le Produit en Croix

$$d = \frac{0{,}05 \times 3600}{24{,}07} \approx 7{,}5 \text{ km} > 6 \text{ km}$$

Donc, elle a nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h.

- **Méthode 2 :**

– Elle a parcouru 50m en 24,07 secondes, donc elle nage a une vitesse de :

$$v_1 = \frac{50\text{m}}{24{,}07} \approx 2{,}08 \text{ m/s}$$

– Un marcheur marche a une vitesse de 6 km/h ce qui donne en mètres par seconde :

$$v_2 = \frac{6\text{km}}{1\text{h}} = \frac{6000}{3600} \approx 1{,}67 \text{ m/s}$$

Donc, elle a nagé plus vite qu'une personne se déplaçant à 6 km/h.

2) On a l'expression suivante : $E = (3x + 8)^2 - 64$.

a. Développer E :

Voir Comment Développer une expression littérale

$E = (3x + 8)^2 - 64$
$E = (3x)^2 + 2*3x*8 + 8^2 - 64$
$E = 9x^2 + 48x + 64 - 64$
$E = 9x^2 + 48x$

b. Montrer que E peut s'écrire sous forme factorisée : $3x(3x + 16)$.

- **Méthode 1 :**

On vient de montrer que $E = 9x^2 + 48x$ donc on va factoriser cette expression :

Voir Comment factoriser une expression littérale

$E = 9x^2 + 48x$
$E = 3x \times 3x + 3x \times 16$
$E = 3x(3x + 16)$

- **Méthode 2 :**

On peut aussi développer l'expression $3x(3x + 16)$ et montrer que l'on obtient la forme trouvée lors de la question (**2.a**) : $9x^2 + 48x$:

- Développement de l'expression $3x(3x+16)$:

Voir Comment Développer une expression littérale

$$3x(3x+16) = 3x \times (3x) + 3x \times 16 = 9x^2 + 48x$$

- D'autre part, nous avons déjà montré lors de la question (**2.a.**) que $E = 9x^2 + 48x$.

Donc : $E = 3x\,(3x+16)$

c. Résoudre l' équation $(3x+8)^2 - 64 = 0$

Voir Comment résoudre une équation produit nul

On va utiliser la forme factorisée de E obtenue lors de la question (**2.b**) et on résout l' équation produit nul :

$$(3x+8)^2 - 64 = 0 \iff 3x(3x+16) = 0$$

Rappel : un produit est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

soit :

$$\begin{aligned} (3x+8)^2 - 64 = 0 &\iff 3x(3x+16) = 0 \\ &\iff 3x = 0 \text{ ou } (3x+16) = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } 3x = -16 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } x = \frac{-16}{3} \end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont donc : $x = 0$ et $x = \frac{-16}{3}$

3) Quelle est la vitesse d'un véhicule dont la distance de freinage sur route mouillée est égale à 15m ?

On est sur route mouillée donc **k = 0, 14** et la distance de freinage est égale à 15 m on.

Donc : $d = k \times V^2 \iff 15 = 0,14 \times V^2 \iff V^2 = \frac{15}{0,14}$

Puisque V est positif, l'unique solution de cette équation est :

$$V = \sqrt{\frac{15}{0.14}} \approx 10,35 \text{ m/s} \quad \text{soit environ 37km/h}$$

(Comment on a obtenu 37km ? : $10,35 \text{ m/s} \times \frac{3600}{1000} \approx 37\text{km/h}$)

Exercice 6 :

1) Dans une entreprise, lors d'une visite médicale, un médecin calcule l'IMC de six des employés. Il utilise pour cela une feuille de tableur dont voici un extrait :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taille (en m)	1,69	1,72	1,75	1,78	1,86	1,88
2	Masse (en kg)	72	85	74	70	115	85
3	IMC (*)	25,2	28,7	24,2	22,1	33,2	24,0
4	(*) valeur approchée au dixième						

a. Combien d'employés sont en situation de surpoids ou d'obésité dans cette entreprise ?

Quand l'IMC est supérieure ou égale à 25, On est en situation de surpoids ou d'obésité.

D'après le document 2, Ceci concerne 3 employés de cette entreprise sur les 6 qui ont passé la visite.

(On ne peut pas répondre pour TOUS les employés de l'entreprise, puisque y' a que 6 employés qui ont passé la visite médicale).

b. Laquelle de ces formules a-t-on écrite dans la cellule B3, puis recopiée à droite, pour calculer l'IMC ? Recopier la formule correcte sur la copie.

L'IMC est égal au quotient de la masse par le carré de la taille. Donc la formule écrite dans la cellule B3 est la suivante : **= *B2* / (*B1* * *B1*)**

Les Formules dans un tableur

2) Le médecin a fait le bilan de l'IMC de chacun des 41 employés de cette entreprise. Il a reporté les informations recueillies dans le tableau suivant dans lequel les IMC ont été arrondis à l'unité près.

IMC	20	22	23	24	25	29	30	33	Total
Effectif	9	12	6	8	2	1	1	2	41
Effectifs Cumulés croissants	9	21	27	35	37	38	39	41	
Rangs	1 à 9	10 à 21	22 à 27	28 à 35	36 à 37	38	39	40 à 41	
		Médiane							

a. Calculer une valeur approchée, arrondie à l'entier près, de l'IMC moyen des employés de cette entreprise.

L' IMC moyen est :

Comment Calculer la Moyenne ?

$$m = \frac{20*9 + 22*12+23*6+24*8+25*2+29*1+30*1+33*2}{41}$$

$$= \frac{180 + 264+138+192+50+29+30+66}{41}$$

$$= \frac{949}{41} \approx 23{,}146 \approx 23$$ (Arrondi à l' entier près)

b. Quel est l'IMC médian ? Interpréter ce résultat.

Comment calculer la Médiane ?

Il y a 41 valeurs, et 41 ÷ 2 = 20,5, donc l'IMC médian sera la 21e valeur qui, d'après le tableau des effectifs cumulés croissants, est 22

Interprétation : l'IMC médian est de 22, cela signifie qu'au moins 50% des employés ont une IMC inférieure ou égale à 22 et au moins 50% des employés ont une IMC supérieure ou égale à 22.

c. On lit sur des magazines : « On estime qu'au moins 5% de la population mondiale est en surpoids ou est obèse ». Est-ce le cas pour les employés de cette entreprise ?

Pour être en surpoids, il faut avoir un IMC compris entre 25 et 30 ($\mathbf{25 \leq IMC < 30}$).

Selon le tableau du bilan des 41 employés de l'entreprise, il y a 3 employés dans ce cas (2 fois l'IMC = 25 et 1 seule fois IMC = 29).

On remarque également la présence de 3 obèses avec des IMC = 30 et 2 avec IMC = 33.

Ainsi, il y a un pourcentage de surpoids et d'obésité de (6/41)*100 = **14,6 %** **> 5%**

Donc, il y a bien au moins 5 % des employés qui sont en surpoids ou sont obèses dans cette l'entreprise.

Exercice 7 :

1) Il utilise les proportions de sa grand-mère : 700 g de sucre pour 1 kg de fraises. Il a ramassé 1,8 kg de fraises. De quelle quantité de sucre a-t-il besoin ?

Sucre	700 g	*x* ?
Fraises	1 kg	1,8 kg

Comment calculer la Quatrième Proportionnelle ?

Pour 1,8 kg de fraise il lui faudra donc une masse de sucre de :

$$x = \frac{700 \text{ x } 1{,}8}{1} = 1260 \text{ g} = 1{,}26 \text{ kg}$$

2) Après cuisson, Léo a obtenu 2,7 litres de confiture. Il verse la confiture dans des pots cylindriques de 6 cm de diamètre et de 12 cm de haut, qu'il remplit jusqu'à 1 cm du bord supérieur. Combien pourra-t-il remplir de pots ?

Rappels : 1 litre = 1000 cm^3 et $V_{cylindre} = \pi \times R^2 \times h$

- Volume d'un pot :

Le volume d'un pot cylindrique de 6 cm de diamètre donc le rayon est 3 cm et la hauteur est 11 cm (12 cm moins le centimètre du bord) est :

Formules d' Aire et de Volume de figure connues

$$V = \pi \times 3^2 \times 11 = 99\ \pi\ cm^3 \approx 311\ cm^3$$

Après cuisson, Léo a obtenu 2,7 litres de confiture ce qui représente 2 700 cm^3.

Or on a :

$$\frac{\mathbf{2700}}{\mathbf{99\ \pi}} \approx 8{,}68$$

Conclusion : il lui faudra donc 9 pots de confiture au total mais il ne pourra remplir complètement que 8 pots.

3) Il colle ensuite sur ses pots une étiquette rectangulaire de fond blanc qui recouvre toute la surface latérale du pot.

a. **Montrer que la longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm.**

Formules d' Aire et de Volume de figure connues

La longueur L d'une étiquette correspond au périmètre du cercle de base du cylindre.

De ce fait :

$$L = 2\pi \times 3 = 6\pi \approx 18{,}8\ \text{cm}$$

b. **Dessiner l'étiquette à l'échelle 1/3**

La hauteur de l'étiquette est 12 cm et à l'échelle 1/3 on obtient une hauteur de 4cm :

12 x 1/3 = 4 cm

La longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm, et à l'échelle 1/3 on obtient une longueur d'environ 18,8/3 = 6,3 cm.

Il suffit donc de tracer un rectangle de 4cm sur 6,3cm (**le rectangle en vert**).