

Correction Brevet 2018 (Maths Métropole)

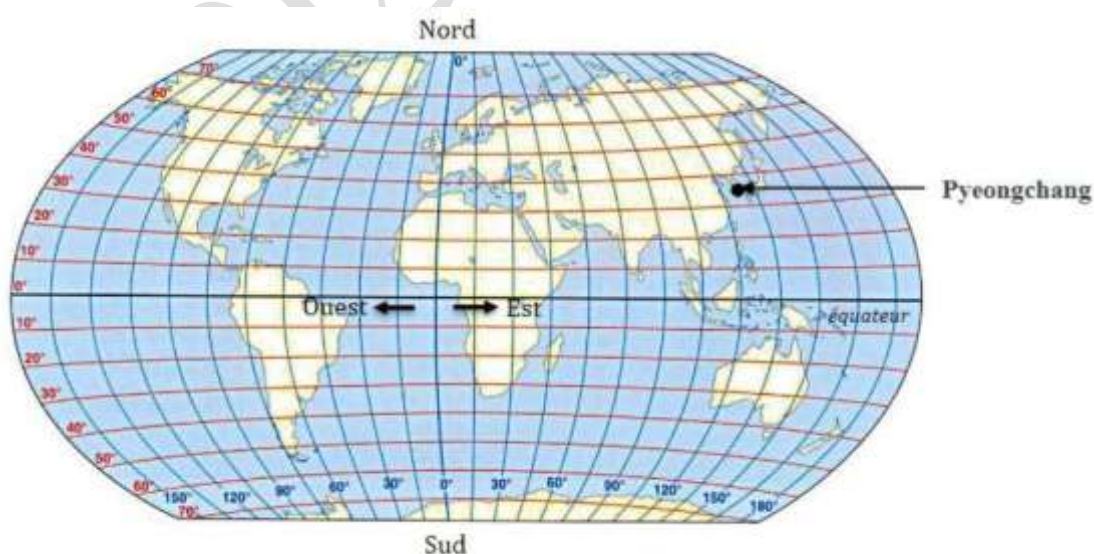


- Exercice 1 : Volume et coordonnées sphériques (11 points)
- Exercice 2 : Statistiques (14 points)
- Exercice 3 : Probabilités (12 points)
- Exercice 4 : Géométrie (14 points)
- Exercice 5 : Programme de calcul (16 points)
- Exercice 6 : Scratch (16 points)
- Exercice 7 : Fonctions (17 points)

Voir le sujet : Cliquez ici

Exercice 1 : Volumes

1)



Les coordonnées sphériques de Pyeongchang sont : latitude : 35° Nord et longitude : 130° Est (Voir la figure ci-dessus).

2)

[Voir le cours sur les Aires et Volumes](#)

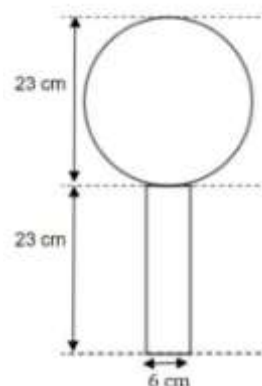
Le diamètre de la boule est 23 cm. Donc, le rayon 11,5 cm.

Le volume de la boule est donc :

$$V = \frac{4}{3} \times 11,5^3 \times \pi \approx 2\,027,83 \pi \approx 6370,626 \text{ cm}^3$$

Donc en arrondissant à l'unité :

$$V \approx 6\,371 \text{ cm}^3$$



3)

- Le volume du cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 23 cm est :

$$V' = \pi \times 3^2 \times 23 = 207\pi \text{ cm}^3$$

- Calcul du volume total :

$$V_T = V + V' = 2234,83\pi \text{ cm}^3 \approx 7020,926$$

- Calcul du pourcentage.

On cherche alors ce que représente V par rapport au volume total V_T soit :

$$V / V_T = 2\,027,83 \pi / 2234,83 \pi = 91\%$$

Le volume de la boule de cristal représente environ 90% du volume total du trophée.

Exercice 2 : Statistiques

Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon.

Moyenne : 72,5 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
Médiane : 83,5 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
Concentration minimale: 22 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
Concentration maximale: 107 $\mu\text{g}/\text{m}^3$

Source : <http://www.air-rhonealpes.fr>

Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble.

Date	Concentration PM10 en $\mu\text{g}/\text{m}^3$
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

1)

[Voir le cours sur le Calcul de la Moyenne](#)

- La concentration moyenne de Lyon est 72,5 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
- Calcul de la concentration moyenne à Grenoble :

$$M = (32 + 39 + 52 + 57 + 78 + 63 + 60 + 82 + 82 + 89) / 10 = 63,4 \mu\text{g}/\text{m}^3$$

On compare avec la concentration moyenne en PM10 obtenue à Lyon à la même période : $63,4 < 72,5$

Donc, entre le 16 et le 25 janvier, Lyon a la plus forte concentration moyenne en PM10.

2)

[Voir le cours sur le Calcul de l'étendue](#)

- L'étendue des concentrations de Lyon est la différence des valeurs extrêmes soit :

$$E_{\text{Lyon}} = 107 - 22 = 85 \mu\text{g}/\text{m}^3$$

- L'étendue des concentrations de Grenoble est :

$$E_{\text{Grenoble}} = 89 - 32 = 57 \mu\text{g}/\text{m}^3 < 85 \mu\text{g}/\text{m}^3$$

Donc, On trouve l'étendue la plus importante à Lyon entre le 16 et le 25 janvier.

Interprétation : Les variations de concentration à Lyon en PM10 selon les jours, sont plus importantes qu'à Grenoble entre le 16 et le 25 janvier 2017.

3)

[Voir le cours sur le Calcul de la Médiane](#)

Pour Lyon, la médiane est $83,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Cela signifie que la moitié des valeurs enregistrées sont supérieures ou égale à la médiane ($83,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$). Cette série comporte 10 valeurs, donc il y a cinq valeurs enregistrées dont on est sûr qu'elles sont supérieures ou égales à $83,5$ et donc strictement supérieures à $80 \mu\text{g}/\text{m}^3$. L'affirmation est donc vraie.

Le seuil d'alerte de $80 \mu\text{g}/\text{m}^3$ a donc été dépassé au moins cinq fois sur la période observée.

Exercice 3 : Probabilités

1)

Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique. Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap donc en supposant qu'il y a équiprobabilité, la probabilité qu'il écoute du rap est :

$$P_1 = 125 / 375 = 1/3 \approx 0.33$$

2)

Le nombre de morceaux de rock dans son lecteur audio est :

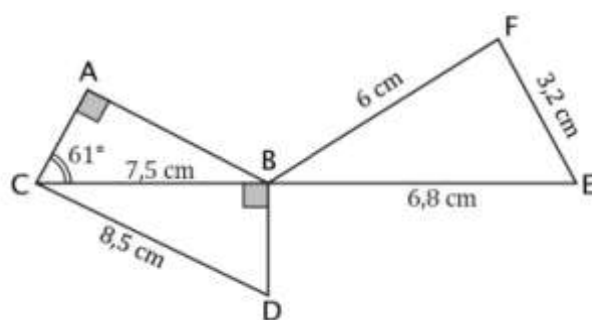
$$375 \times 7/15 = 175$$

3)

- Pour Théo, la probabilité qu'il écoute un morceau de rock est $7/15 \approx 0,466 \approx 47\%$
- Pour Alice, la probabilité qu'elle écoute un morceau de rock est 40% .

Donc, Théo a plus de chances d'écouter un morceau de rock.

Exercice 4 : Géométrie



1)

[Voir le Cours sur le Théorème de Pythagore](#)

Le triangle BCD est rectangle en B.

Donc, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned}DC^2 &= BD^2 + BC^2 \\ \Leftrightarrow 8,5^2 &= BD^2 + 7,5^2 \\ \Leftrightarrow BD^2 &= 8,5^2 - 7,5^2 \\ \Leftrightarrow BD^2 &= 72,25 - 56,25 \\ \Leftrightarrow BD^2 &= 16 \\ \Leftrightarrow BD &= 4 \text{ ou } BD = -4\end{aligned}$$

BD est une longueur. Donc, il est positif et l'unique solution possible est :

$$BD = 4 \text{ cm}$$

2)

On va faire le rapport des longueurs en les classant par ordre croissant :

$$\begin{aligned}BD/FE &= 4/3,2 = 1,25 \\ BC/FB &= 7,5/6 = 1,25 \\ CD/BE &= 8,5/6,8 = 1,25\end{aligned}$$

Les trois rapports de longueurs des triangles sont égaux, donc les triangles CBD et BFE sont semblables. Le coefficient multiplicateur est $k = 1,25$ qui permet de passer de BEF à BCD.

3)

[Vidéo : Lien entre l'Hypoténuse et l'angle droit](#)

Puisque les triangles BEF et BCD sont semblables, ils sont de même nature donc rectangle. L'hypoténuse étant le plus grand côté, c'est [BE] dans BEF. Donc, le triangle BEF est nécessairement rectangle en F.

4)

[Trigonométrie : Fonction Cos et sa réciproque Arccos](#)

Dans le triangle BCD rectangle en B on a :

$$\cos \widehat{BCD} = CB/CD = 7,5/8,5 \rightarrow \widehat{BCD} = \arccos 7,5/8,5 \approx 28,07^\circ$$

$$\text{Donc } \widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} = 61^\circ + 28,07^\circ = 89,07^\circ$$

Donc, $\widehat{ACD}$ n'est pas un angle droit.

Exercice 5 : Programme de Calcul

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1)

- Choisir un nombre : -1
- Multiplier ce nombre par 4 : $(-1) \times 4 = -4$
- Ajouter 8 : $-4 + 8 = 4$
- Multiplier le résultat par 2 : $4 \times 2 = 8$
- Résultat : 8

[Cours Produit de Nombre relatifs](#)

[Cours Addition de Nombre relatifs](#)

2)

On va effectuer le programme à l'envers :

- Résultat : 30
- On divise par 2 : $30 \div 2 = 15$
- Enlever 8 : $15 - 8 = 7$
- Diviser par 4 : $7 \div 4 = 1,75$
- Nombre de départ : 1,75

[Cours Addition de Nombre relatifs](#)

3)

$$A = 2(4x + 8) \text{ et } B = (4 + x)^2 - x^2$$

Pour prouver que les deux expressions A et B sont égales, on va les développer :

D'une part :

$$A = 2(4x + 8) = 8x + 16$$

D'autre part :

$$B = (4 + x)^2 - x^2 = 16 + 8x + x^2 - x^2 = 8x + 16$$

Donc, les deux expressions A et B sont égales.

4)

Affirmation 1 (**Fausse**) : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x.

Preuve :

Donc par exemple par $x = -3$, le résultat du programme est :

$$8x + 16 = 8 \times (-3) + 16 = -24 + 16 = -8 < 0$$

Donc, l'affirmation est fausse.

Affirmation 2 (**Vraie**) : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

Preuve :

On a vu que le résultat s'exprime sous la forme de $8x + 16$ soit en factorisant, on obtient pour x entier :

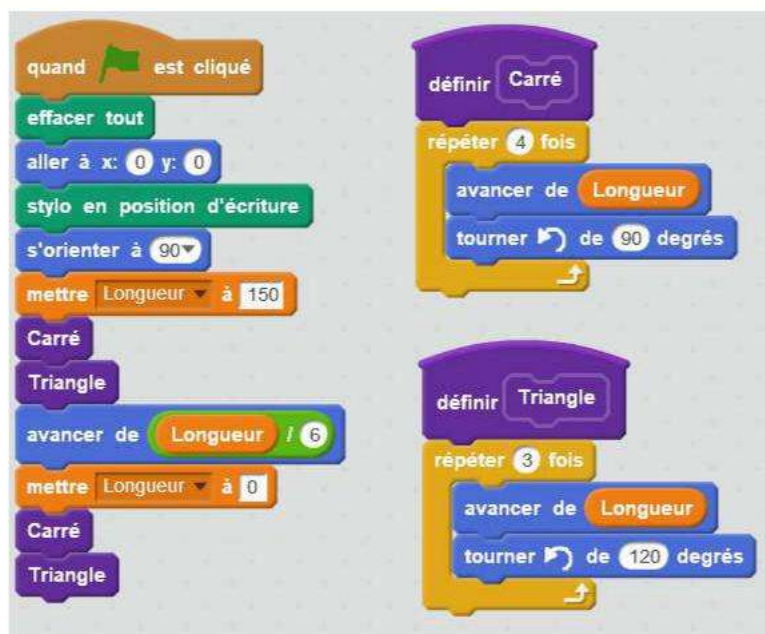
$$8x + 16 = 8(x + 2)$$

Puisque $x \in \mathbb{N}$ alors $(x + 2) \in \mathbb{N}$

Donc, $8(x + 2)$ représente toujours un multiple de 8 puisqu'il s'exprime sous la forme $8k$ avec k entier.

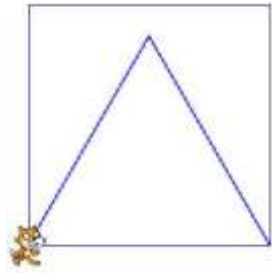
L'affirmation est vraie.

Exercice 6 : Scratch



1)

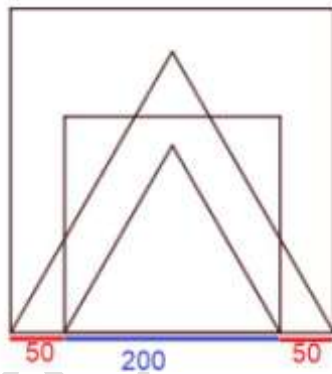
1.a) Représenter sur votre copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.
(On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels)



1.b)

Après l'exécution de la ligne 7, le stylo revient à la position initiale (0 ; 0). Après l'exécution de la ligne 8, le stylo avance de $\text{Longueur}/6 = 300/6 = 50$ vers la droite donc ses coordonnées sont (50 ; 0).

2)



D'après la question précédente, le stylo est en (50 ; 0). À partir de là, on doit donc tracer un carré et un triangle plus petit que les précédents. On a avancé de 50, par symétrie donc la dimension du petit carré est égale à celle du grand moins deux fois 50 soit :

$$300 - 2 \times 50 = 200$$

Il suffit donc d'affecter la valeur 200 à la variable longueur.

3)

3.a)

Une homothétie de rapport $k = 200/300 = 2/3$ permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré.

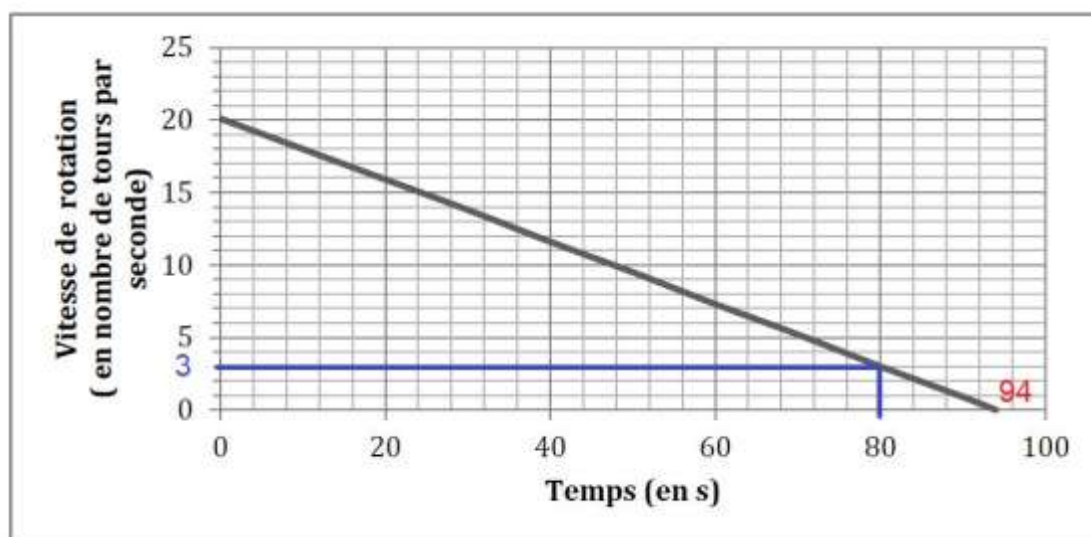
3. b)

[Cours sur l'Agrandissement / Réduction](#)

Une homothétie de rapport $k = 2/3$ permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré donc les distances sont multipliées par k et les aires par $k^2 = 4/9$.

Agrandissement/Réduction : Quand on multiplie les distances par un réel strictement positif k , les aires le sont par k^2 et les volumes par k^3 .

Exercice 7 : Fonctions



1)

La courbe représentative de la vitesse en fonction du temps est **une droite qui ne passe pas par l'origine du repère**.

Donc le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner **ne sont pas proportionnels**.

2)

2.a)

La vitesse de rotation initiale du hand-spinner est de 20 tours/seconde.

2.b)

Au bout d'1 minute et 20 secondes soit après 80 secondes, la vitesse de rotation du hand-spinner est d'environ **3 tours/seconde**.

2.c)

La droite coupe l'axe des abscisses à $t \approx 94$ s. Donc, Le hand-spinner va s'arrêter au bout de **94 secondes environ**.

3)

3.a)

La vitesse de rotation au bout de 30 s est :

$$V(30) = -0,214 \times 30 + 20 = 13,58 \text{ tours/secondes}$$

3.b)

Le hand-spinner va s'arrêter quand sa vitesse de rotation sera nulle soit pour t vérifiant :

[Comment résoudre une équations \(les bases \)](#)

$$\begin{aligned} V(t) = 0 &\Leftrightarrow -0,214 \times t + 20 = 0 \\ &\Leftrightarrow -0,214 \times t = -20 \\ &\Leftrightarrow t = -20 / -0,214 \\ &\Leftrightarrow t \approx 93,46 \text{ s} \end{aligned}$$

On retrouve bien le résultat approché lu lors de la question (2.c.)

3.c)

On va comparer les valeurs qui annulent :

$$\begin{aligned} V_1(t) &= -0,214 \times t + V_{\text{initiale}} \\ V_2(t) &= -0,214 \times t + 2 \times V_{\text{initiale}} \end{aligned}$$

[Comment résoudre une équations \(les bases \)](#)

$$\begin{aligned} V_1(t) = 0 &\Leftrightarrow -0,214 \times t_1 + V_{\text{initiale}} = 0 \\ &\Leftrightarrow -0,214 \times t_1 = -V_{\text{initiale}} \\ &\Leftrightarrow t_1 = -V_{\text{initiale}} / -0,214 \\ &\Leftrightarrow t_1 = V_{\text{initiale}} / 0,214 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2(t) = 0 &\Leftrightarrow -0,214 \times t_2 + 2V_{\text{initiale}} = 0 \\ &\Leftrightarrow -0,214 \times t_2 = -2V_{\text{initiale}} \\ &\Leftrightarrow t_2 = -2V_{\text{initiale}} / -0,214 \\ &\Leftrightarrow t_2 = 2V_{\text{initiale}} / 0,214 \\ &\Leftrightarrow t_2 = 2 \times t_1 \end{aligned}$$

On obtient alors un temps d'arrêt pour V_2 égal au double du temps d'arrêt pour V_1 .

D'une manière générale, si l'on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps.