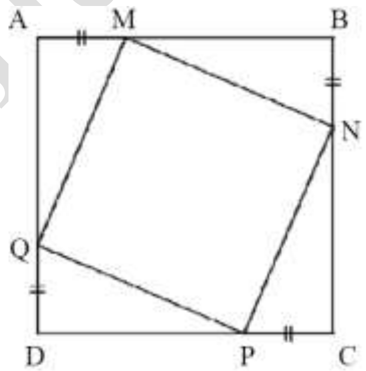
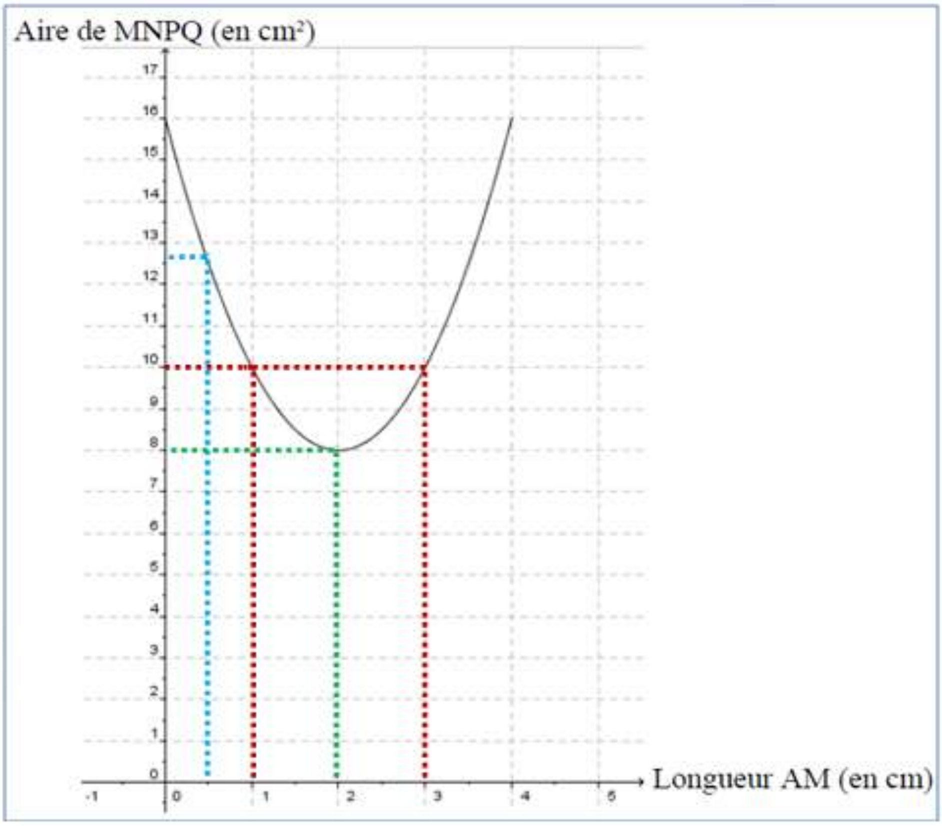
Correction Brevet Math 2013 (Métropole)

Voir le sujet : Cliquez ici

Exercice 1 :

Avec un logiciel :
- on a construit un carré ABCD, de côté 4 cm.
- on a placé un point M mobile sur [AB] et construit le carré MNPQ comme visualisé sur la copie d'écran ci-contre.
- on a représenté l'aire du carré MNPQ en fonction de la longueur AM.





1) Par lecture graphique (traits en **Marron**) on voit que l'aire de **MNPQ** est égale à **10cm²** lorsque **AM = 1cm** ou **AM = 3cm**.

2) Par lecture graphique (trait en **Bleu**) on voit que lorsque **AM = 0, 5 cm** l'aire de **MNPQ** est égale à **12, 6cm².**

3) Par lecture graphique (trait en **Vert**) on voit que l'aire de **MNPQ** est minimale pour **AM = 2cm** et dans ce cas, l' aire est égale à **8cm²**.

Exercice 2 :

C2 f_x =-5*C1+7

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	22	17	12	7	2	-3	-8
3	$g(x)$	13	8	5	4	5	8	13
4								

1)

Dans la case **B1** il y a **−3** alors en case **B2** il y a $\boldsymbol{f(-3)}$, donc $\mathbf{f(-3) = 22}$.

2)

Dans la barre de formule, on a la formule qui nous montre comment est calculé **C2** en sachant **C1 :**

$$f(7) = -5 \times 7 + 7 = -35 + 7 = -28.$$

3)

Toujours grâce à la formule affichée dans la barre de calcul du tableur :

$$f(x) = -5x + 7.$$

4) **Rappel sur les Formules dans un Tableur**

La formule saisie dans la cellule B3 permet de calculer g(−3) est la suivante :

= B1^2 + 4 **ou encore** **= B1 ∗ B1 + 4**.

Exercice 3 :

Salaires des femmes :

1 200 € ; 1 230 € ; 1 250 € ; 1 310 € ; 1 370 € ; 1 400 € ; 1 440 € ; 1 500 € ; 1 700 € ; 2 100 €

Salaires des hommes :

Effectif total : **20**
Moyenne : 1 769 €
Etendue : 2 400 €
Médiane : 2 000 €
Les salaires des hommes sont tous différents.

Le salaire moyen des hommes est : **1769 €**
Concernant le salaire moyen des femmes, il faut le calculer :

Comment Calculer la Moyenne ? (Les 3 Cas de figure)

$$\frac{1200+1230+1250+1310+1370+1400+1440+1500+1700+2100}{10} = 1450$$

Le salaire moyen des femmes est de **1450** €

Donc le salaire moyen des hommes est strictement supérieur à celui des femmes.

1)

Puisqu'il y a **10** salaires écrits dans la liste des salaires des femmes, donc il y a **10 femmes**.

Concernant les hommes, **on a 20 hommes** dans l'entreprise.

Donc, il y a en total **30 employés dans l'entreprise**.

Si on tire au sort une personne dans l'entreprise, la probabilité que ce soit une femme est : $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

2)

Chez les femmes, le salaire le plus élevé est de **2100 €.**

Le plus bas salaire de l'entreprise est de **1000 €** et ce n'est pas le salaire d'une femme, c'est donc le salaire d'un homme.

Nous notons x le salaire le plus élevé chez les hommes.

On a l'**étendue** des salaires des hommes est **2400 €** et on sait que l'étendue est la différence du plus grand salaire et du plus bas salaire chez les hommes.

Comment Calculer l'étendu (Les 3 Cas de figure) ?

On a donc **:**

$$x - 1000 = 2400$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 2400 + 1000$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 3400$$

Donc le salaire le plus élevé chez les hommes est **3400 € et c'est aussi** le salaire le plus élevé de l'entreprise.

3)

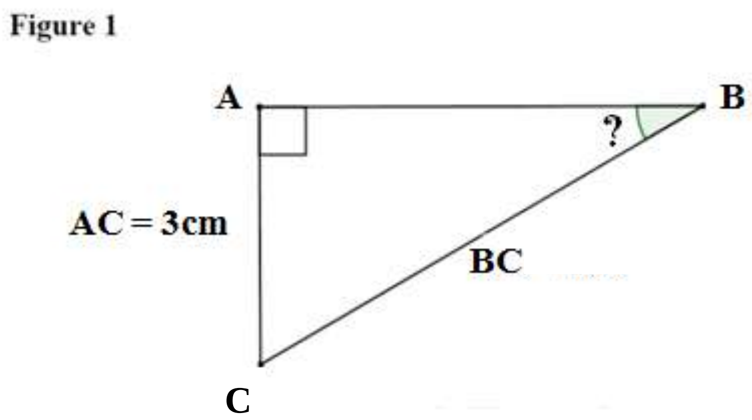
Chez les femmes : seule une qui gagne plus de **2000euros**.
Chez les hommes : nous savons que la médiane est à **2000euros.** [Comment Calculer la médiane ?]

On a **20** hommes au total, donc la médiane est la moyenne du 10ème salaire et du 11ème salaire (lorsqu'ils sont classés dans l'ordre croissant). Par ailleurs les salaires des hommes sont tous différents, donc le 10ème a un salaire inférieur à **2000euros** et à partir du 11ème les hommes ont un salaire supérieur à **2000euros**. Donc il y a **10 hommes** qui ont un salaire supérieur à **2000euros**.

Donc, dans l'entreprise il y a **11 personnes** qui gagnent plus de **2000euros**.

Exercice 4 :

Figure 1 : Nous cherchons la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$:



Le triangle **ABC** est rectangle en **A**. D'après les relations trigonométriques :

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC}$$

[Trigonométrie et les Fonctions Réciproques]

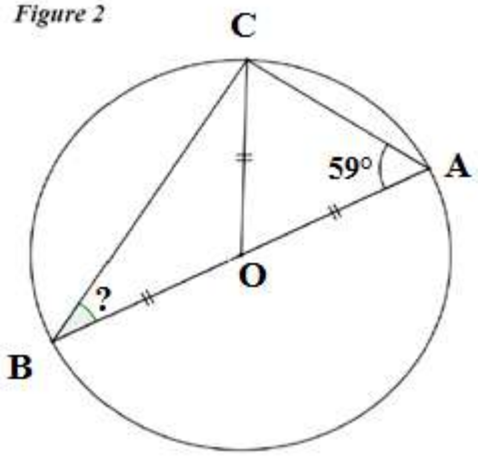
Donc : $\sin(\widehat{ABC}) = \frac{3}{6}$

Donc : $\sin(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2}$

Donc en utilisant la touche **arcsin** ou **$\sin^{-1}$** de la calculatrice : $\widehat{ABC} = \text{Arcsin } \frac{1}{2} = 30°$

Figure 2 : Nous cherchons la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$:

Figure 2



[AB] est un diamètre du cercle de centre O.

[**AB**] est un diamètre du cercle de centre **O**.

Or **C** est un point de ce cercle, donc le triangle **ABC** est rectangle en **C** en tant que triangle inscrit dans un cercle dont l'un des côté est un diamètre de ce cercle.

Triangle Inscrit dans un cercle

Comme la somme des angles d'un triangle est égale à 180° on a :

$\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180°$ **Rappel sur les Angles dans un Triangle**

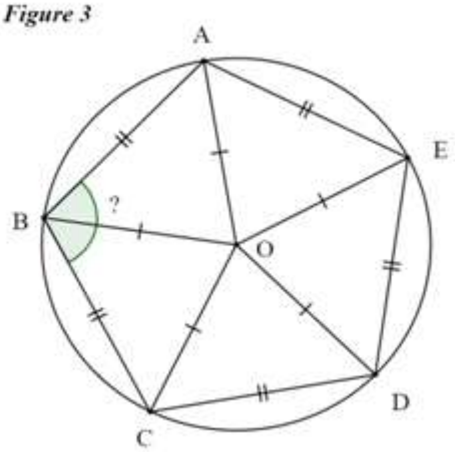
$\Leftrightarrow \widehat{ABC} = 180° - \widehat{BCA} - \widehat{CAB}$

$\Leftrightarrow \widehat{ABC} = 180° - 90° - 59°$

$\Leftrightarrow \widehat{ABC} = 31°$

Figure 3 : Nous cherchons la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$:

Figure 3



Les Polygones Réguliers

La figure **ABCDE** est un pentagone régulier de centre O.

On a donc que $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \frac{360}{5} = 72°$

Le triangle **AOB** est isocèle en **O.** [Rappel sur les Angles dans un Triangle]

Donc, on a : $\widehat{ABO} = \widehat{OAB} = \frac{180 - \widehat{AOB}}{2} = \frac{180 - 72}{2} = \frac{108}{2} = 54°$

Le triangle **BOC** est isocèle en **O**.

Donc, on a : $\widehat{OBC} = \widehat{BCO} = \frac{180 - \widehat{BOC}}{2} = \frac{180 - 72}{2} = \frac{108}{2} = 54°$

On sait que : $\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \widehat{OBC}$

Donc : $\widehat{ABC} = 54° + 54° = 108°$

Exercice 5 :

1)

Chaque parpaing pèse **10kg**, il souhaite transporter **300** parpaings, donc les **300** parpaings pèsent **3000Kg** (**300 × 10 = 3000kg= 3tonnes**). Or le camion ne peut porter que **1,7 tonne** par voyage, il faut donc faire **2 aller-retour**.

Il faut maintenant vérifier que les 150 parpaings qu'il transportera dans chaque trajet tiennent en volume dans le camion :

[Rappel sur les formules de Volumes]

Le fourgon a un volume transportable de $V_{fourgon} = 2{,}6 \times 1{,}56 \times 1{,}84 = 7{,}46304\ m^3$.

Un parpaing a un volume de $V_{parpaing} = 0{,}10 \times 0{,}5 \times 0{,}20 = 0{,}01\ m^3$.

On a : $\frac{7{,}46304}{0{,}01} = 746{,}304$

Donc le fourgon peut, en volume, transporter au **maximum 746 parpaings.**

Il n'y a donc pas de contrainte de transport concernant le volume.

Donc il faut exactement **deux aller-retour** pour transporter les **300** parpaings jusqu'à chez lui.

2)

Il faut deux aller-retour pour transporter les **300** parpaings, la distance à parcourir entre le magasin et chez lui est de **10km**, donc la distance à parcourir pour un aller-retour est de **20km** et pour deux aller-retour est de **40km**. Donc il va pouvoir prendre le forfait "1 jour, **50km** maximum" qui coûte **55 euros**. Il va falloir rajouter le prix de l'essence qui n'est pas compris dans le forfait de location. Nous avons le prix de l'essence au litre, il faut alors trouver le nombre de litres utilisés pour parcourir les **40km**.

km	100	40
Litres	8	?

Produit en Croix (Règle de 3)

$$\frac{8 \times 40}{100} = \frac{320}{100} = 3{,}2\ L$$

Donc il utilisera **3,2 *L*** pour les deux aller-retours.

Or chaque litre d'essence coûte **1, 5euros** donc le coût total de la dépense pour l'essence sera de **4,8euros** :

1, 5 × 3, 2 = 4, 8euros.

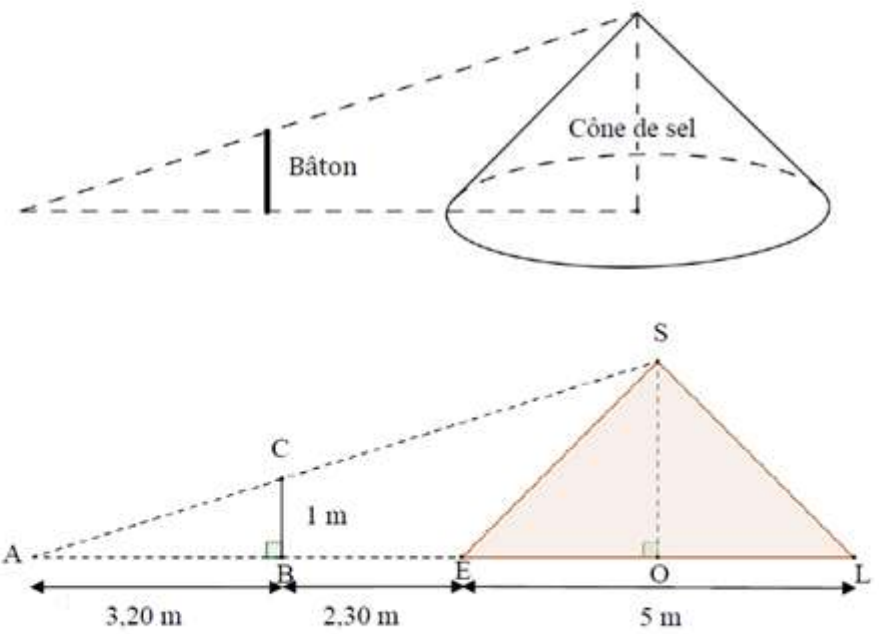
Donc, le coût total du transport est : **55 + 4, 8 = 59, 8euros**.

3)

Pour passer de **50km** à **100km** il faut multiplier par **2**. Or **55 × 2 = 110**, donc si c'était proportionnel au nombre de kilomètres on devrait avoir que pour **100km maximum** le forfait coûte **110euros**, or il ne coûte que **61euros**.

Donc les tarifs de location du fourgon ne sont pas proportionnels à la distance maximale autorisée par jour.

Exercice 6 :



1)

La hauteur du cône de sel est représentée par [**OS**].

a) Dans le triangle AOS : Propriétés de deux droites Parallèles ou Perpendiculaires

- Les droites **(CB)** et **(SO)** sont toutes les deux perpendiculaires à **(AL)**, donc elles sont parallèles entre elles.
- Les points **A,C, S** et **A,B, O** sont alignés sur deux droites sécantes en **A**.

Donc, on peut appliquer **le Théorème de Thalès** : Rappel sur le Théorème de Thalès

$$\frac{AB}{AO} = \frac{BC}{OS} = \frac{AC}{AS}$$

Donc : $$\frac{AB}{AO} = \frac{BC}{OS}$$

est équivaut à $AB \times OS = AO \times BC$ Produit en Croix (Règle de 3)

Donc, $$OS = \frac{AO \times BC}{AB}$$

Puisque le triangle **SEL est isocèle** en **S**, (**SO**) la hauteur issue de **S**, est aussi médiane issue de **S**.

Donc **EO** $= \frac{EL}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$**m.**

Or **AO = AB + BE + EO**

Donc, **AO = 3,2 + 2,3 + 2,5** = **8m**

Donc, **OS** = $\frac{1 \times 8}{3{,}2} = 2{,}5$**m**

Donc, [**OS**] la hauteur de ce cône de sel est bien égale à **2,5m**.

b)

$$V_{cône} = \frac{\pi \times rayon^2 \times hauteur}{3} = \frac{\pi \times EO^2 \times OS}{3} = \frac{\pi \times 2{,}5^2 \times 2{,}5}{3} \approx 16m^3$$

Formules d'Aires et de Volumes

Donc le volume de sel contenu dans ce cône est d'environ **16**m^3 arrondi au m^3 près.

2)

D'après la formule donnée précédemment, à volume égal c'est le rayon qui diminue lorsque la hauteur grandit, pour trouver le rayon minimal il faut alors remplacer par la hauteur maximale donc :

$$1000 = \frac{\pi \times r^2 \times 6}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad r^2 = \frac{1000 \times 3}{\pi \times 6}$$

$$\Leftrightarrow \qquad r^2 = \frac{1000 \times 3}{\pi \times 6}$$

$$\Leftrightarrow \qquad r^2 = \frac{500 \times \cancel{2} \times \cancel{3}}{\pi \times \cancel{2} \times \cancel{3}}$$

$$\Leftrightarrow \qquad r^2 = \frac{500}{\pi}$$

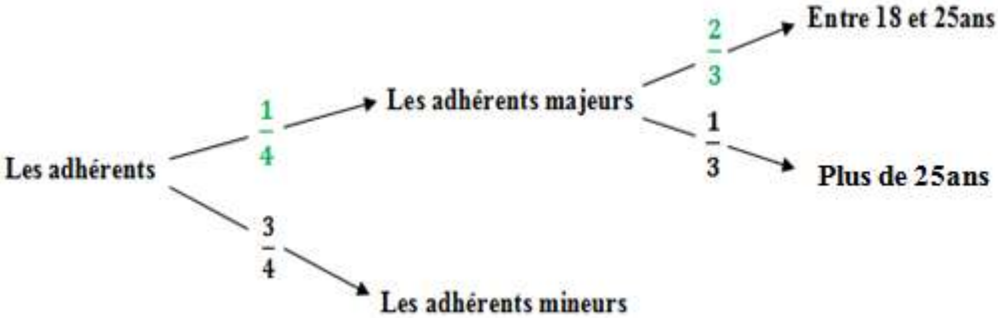
Donc, $\quad r = \sqrt{\frac{500}{\pi}}$ **ou** $\quad r = -\sqrt{\frac{500}{\pi}}$

r ne peut être que **Positif** (**Car le rayon est une distance**). **Donc :** $r = \sqrt{\frac{500}{\pi}} \approx$ **12,615m**

Donc le rayon doit être au minimum **12,6m** arrondi au décimètre près.

Exercice 7 :

Affirmation 1 : **VRAIE**



Les $\frac{3}{4}$ des adhérents sont mineurs, donc seulement $\frac{1}{4}$ des adhérents sont majeurs. Parmi les adhérents majeurs $\frac{1}{3}$ ont plus de 25 ans, donc $\frac{2}{3}$ des adhérents majeurs ont entre 18ans et 25 ans.

Donc les adhérents entre 18 et 25 ans représentent $\frac{1}{6}$ $\left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \right)$

Donc effectivement **1** adhérent sur **6** a entre 18 et 25 ans.

Affirmation 2 : **FAUSSE**

Faisons subir à un article coûtant **100 euros** au départ une baisse de **30%** puis une baisse de **20%**. Après La baisse de 30% le produit coûte **100** $\times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 100 \times \frac{70}{100} = 70$ **euros**. Puis si on lui fait subir à nouveau une baisse de **20%** le produit coûte maintenant **70** $\times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 70 \times \frac{80}{100} = 56$ **euros.**

On peut traduire cela par le diagramme suivant :

Pourcentages (Augmentation et Réduction)

$$\textbf{100 euros} \xrightarrow[\text{Baisse de 30\%}]{} \textbf{70 euros} \xrightarrow[\text{Baisse de 20\%}]{} \textbf{56 euros}$$

Maintenant faisons subir au même produit une baisse immédiate de **50%**. Le produit coûtera alors $100 \times \left(1 - \frac{50}{100}\right) = 100 \times \frac{50}{100} = \mathbf{50}$ **euros**. On peut traduire cela par le diagramme suivant :

$$\textbf{100 euros} \xrightarrow[\text{Baisse de 50\%}]{} \textbf{50 euros}$$

Donc si on baisse le prix d'un article de **30%** puis de **20% cela représente une baisse de prix différente** que si le prix baisse de **50%** en une seule fois.

Affirmation 3 : **VRAIE**

On développe l'expression : $(\mathbf{n} + \mathbf{1})^2 - (\mathbf{n} - \mathbf{1})^2$

$(\mathbf{n} + \mathbf{1})^2 - (\mathbf{n} - \mathbf{1})^2 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1) = n^2 + \mathbf{2n} + 1 - n^2 + \mathbf{2n} - 1 = \mathbf{4n}$.

Donc **4** divise $(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = \mathbf{4n}$ donc $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ est un multiple de **4** pour tout entier **n**.