

Opérations sur les nombres relatifs en écriture fractionnaire

1. Fractions égales



Si on **multiplie** ou si on **divise** le **numérateur** et le **dénominateur** d'une fraction par le même nombre non nul, on obtient une fraction égale.

Avec k et b sont non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k}$$

Exemples :

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35} \quad \frac{25}{100} = \frac{25:25}{100:25} = \frac{1}{4}$$

2. Addition de deux fractions



Pour **additionner** deux fractions, il faut si besoin remplacer les fractions par des **fractions égales** pour que les deux termes aient le **même dénominateur**.

On dit qu'on **réduit au même dénominateur**.

Le résultat est une fraction dont le **dénominateur** est le dénominateur des deux fractions, et le numérateur la **somme des numérateurs**.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Exemples :

$$A = \frac{1}{7} + \frac{3}{35}$$

Comme $7 \times 5 = 35$, on peut réduire les deux fractions au dénominateur 35. On transforme la fraction $\frac{1}{7}$ en multipliant le numérateur et le dénominateur par 5, soit $\frac{1}{7} = \frac{5}{35}$ et on ne change pas la deuxième fraction.

$$A = \frac{1}{7} + \frac{3}{35} = \frac{5}{35} + \frac{3}{35} = \frac{5+3}{35} = \frac{8}{35}$$

$$B = \frac{3}{4} + \frac{2}{9}$$

On cherche un commun multiple à 4 et 9, le plus petit est le produit des dénominateurs $4 \times 9 = 36$

$$B = \frac{3 \times 9}{4 \times 9} + \frac{2 \times 4}{9 \times 4} = \frac{27}{36} + \frac{8}{36} = \frac{27+8}{36} = \frac{35}{36}$$

$$C = 2 + \frac{3}{5}$$

Si un terme est un nombre entier, le transformer en fraction, ici $2 = \frac{10}{5}$, d'où $C = \frac{10+3}{5} = \frac{13}{5}$

3. Soustraction de deux fractions



Comme pour l'addition, il faut le même dénominateur pour effectuer la soustraction. La différence de deux fractions de même dénominateur a pour numérateur la différence des numérateurs :

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Exemples :

$$A = \frac{7}{12} - \frac{2}{15}$$

On réduit au même dénominateur : $12 = 3 \times 4$ et $15 = 3 \times 5$, on choisit $3 \times 4 \times 5 = 60$

$$\frac{7 \times 5}{12 \times 5} - \frac{2 \times 4}{15 \times 4} = \frac{35}{60} - \frac{8}{60} = \frac{27}{60}$$

On remarque que 27 et 60 sont divisibles par 3, on peut simplifier le résultat : $A = \frac{27}{60} = \frac{27:3}{60:3} = \frac{9}{20}$

4. Multiplication de deux fractions



Le **produit** de deux fractions est une fraction dont le **numérateur est le produit des numérateurs**, et le **dénominateur le produit des dénominateurs**.

Avec b et d non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Avant d'effectuer les multiplications, pensez à vérifier si on peut simplifier !

Exemples :

$$A = \frac{4}{7} \times \frac{35}{12} = \frac{4 \times 35}{7 \times 12} = \frac{4 \times 5 \times 7}{7 \times 3 \times 4}$$

On peut simplifier par 4 et 7 :

$$A = \frac{5}{3}$$



S'il y a des nombres négatifs, appliquer la **règle des signes** :

un nombre **pair** de signes - dans un produit donne +

un nombre **impair** de signes - dans un produit donne -

Exemples : $B = -\frac{3}{5} \times \frac{-10}{9} = +\frac{3 \times 10}{5 \times 9} = \frac{2}{3}$

5. Quotient de deux fractions

a) Inverse d'un nombre différent de 0



Deux nombres sont **inverses** si leur **produit** est **égal à 1**.

0 n'a pas d'inverse, aucun nombre n'a 0 pour inverse.

L'inverse de a non nul se note $\frac{1}{a}$

Si a et b sont différents de 0, l'inverse de la fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$

b) Quotient



Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

Avec b , c et d non nuls on a :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Exemple :

$$A = \frac{7}{33} : \frac{14}{11} = \frac{7 \times 11}{14 \times 33} = \frac{7 \times 11}{2 \times 7 \times 3 \times 11}$$

On simplifie par 7 et 11 :

$$A = \frac{1}{6}$$