

Le calcul littéral

Ce que je dois apprendre à faire en classe de 4e

Savoir calculer la valeur d'une expression littérale

En classe de sixième, tu as appris à calculer le périmètre d'un cercle. Tu sais que si le cercle a pour rayon r , alors son périmètre P vaut $P = 2 \times \pi \times r$.

Ainsi, si le rayon vaut 4 cm, son périmètre est

$$P = 2 \times \pi \times 4 \text{ cm} = 8 \times \pi \text{ cm}$$

La valeur exacte du périmètre de ce cercle est donc de 8π cm et la valeur arrondie à l'unité en est 25 cm (obtenue en remplaçant π par 3,14).

On dit que P est une **expression littérale** (littéral vient du mot "lettre", ici, l'expression comporte la lettre r), et le résultat a été obtenu en remplaçant la lettre r par 4. On dit que r est une **variable**.

Exemple :

Le périmètre P d'un rectangle de largeur ℓ et de longueur L est :

$$P = 2\ell + 2L = 2(\ell + L)$$

Calculer l'expression pour $\ell = 4,5$ m et $L = 7,4$ m se fait en remplaçant les deux variables ℓ et L par leurs valeurs.

On trouve : $P = 2(4,5 + 7,4) = 2 \times 11,9 = 23,8$ m

Savoir mettre en équation pour résoudre un problème

Exemple :

Un père a 42 ans et son fils a 8 ans. Trouver dans combien d'années l'âge du père sera le double de l'âge de fils. Quel sera alors l'âge du père et celui du fils ?

Appelons x le nombre d'années cherché. L'âge du père sera alors $42 + x$ et celui du fils $8 + x$. Écrivons maintenant que l'âge du fils doit alors être le double de celui du père. Cela donne :

$$42 + x = 2(8 + x)$$

Résoudre cette équation permettra de répondre à la question posée.

$$\begin{aligned}42 + x &= 2(8 + x) \\42 + x &= 16 + 2x \\42 + x - x &= 16 + 2x - x \\42 &= 16 + x \\42 - 16 &= 16 + x - 16 \\26 &= x\end{aligned}$$

D'après cette résolution d'équation, $x = 26$ ce qui signifie que ce serait dans 26 ans que le père aura un âge double de celui de son fils.

Vérifions : le père actuellement a 42 ans, donc dans 26 ans, il aura 68 ans.

Le fils a actuellement 8 ans, et dans 26 ans, il aura donc 34 ans. 68 est bien le double de 34.

Conclusion : c'est dans 26 ans que le père aura un âge double de celui de son fils.

Savoir utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général

Exemple d'énoncé :

Montrer que la somme de deux nombres entiers consécutifs est toujours un nombre impair.

Pour comprendre cet exercice, tu dois déjà te demander quels sont les nombres entiers. Ce sont 0,1,2,3,4, etc...

Puis ce que signifie le mot consécutif : cela veut dire que les deux entiers se suivent.

Exemple : 2 et 3 sont deux entiers consécutifs, ou bien 100 et 101 etc. Puis tu te demandes si la phrase que tu as lue te semble vraie.

$2 + 3 = 5$ et 5 est bien un nombre impair

$100 + 101 = 201$ et 201 est bien un nombre impair

Mais tu ne vas pas pouvoir prendre une infinité d'exemples..., on va donc maintenant prouver que cela est vrai.

Si un nombre s'appelle n , le suivant s'obtient en lui ajoutant 1 et s'écrit donc $n + 1$.

Leur somme vaut alors $n + (n + 1)$. Or :

$$\begin{aligned}n + (n + 1) &= n + n + 1 \\n + (n + 1) &= 2n + 1\end{aligned}$$

La somme des deux nombres vaut donc $2n + 1$. Mais $2n$ est l'écriture d'un nombre pair (le double de...est un nombre pair), et $2n + 1$ est donc l'écriture d'un nombre impair.

Tu as donc montré que la somme de deux entiers consécutifs est toujours un nombre impair.

Savoir réduire une expression littérale

Exemple 1 :

$$\begin{aligned}3x - (4x - 2) &= 3x - 4x + 2 \\3x - (4x - 2) &= -x + 2\end{aligned}$$

Exemple 2 :

$$\begin{aligned}2x^2 - 3x + x^2 &= 2x^2 + x^2 - 3x \\2x^2 - 3x + x^2 &= 3x^2 - 3x\end{aligned}$$

Dans ces deux exemples, on dit qu'on a réduit l'expression.

Savoir développer $(a + b)(c + d)$

En classe, tu as vu que

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Tu dois savoir l'appliquer sur des calculs simples.

Exemple :

Développe $(2 + x)(x + 3)$

Aide : tu sais que $x \times x = x^2$

Au final, si tu ne t'es pas trompé, tu dois trouver que :

$$(2 + x)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$$

On dit qu'on a développé l'expression. En réalité, tu as développé puis réduit l'expression.

Solution de cet exemple :

$$(2 + x)(x + 3) = 2x + 6 + x^2 + 3x$$

$$(2 + x)(x + 3) = x^2 + 2x + 3x + 6$$

$$(2 + x)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$$

Savoir comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire

Pour b et d non nuls, il revient au même de dire $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou $ad = bc$

Il revient au même de dire que $a = b$ ou $a - b = 0$

Il revient au même de dire que $a > b$ ou $a - b > 0$

Comparer deux nombres revient à chercher le signe de leur différence.

Dernières règles à savoir utiliser :

$a + c$ et $b + c$ sont rangés dans le même ordre que a et b

$a - c$ et $b - c$ sont rangés dans le même ordre que a et b .

Si $c > 0$, ac et bc sont rangés dans le même ordre que a et b .

Si $c < 0$, ac et bc sont rangés en sens contraire de a et b .