3ème	Racines carrées	2011/2012

----> **Activité approche**

Objectifs :

- Connaître la définition d'une racine carrée.
- Connaître et appliquer les formules les racines carrées.
- Je sais résoudre des équations du second degré avec les racines carrées.

I. Racine carrée d'un nombre positif

Définition :

Soit a un nombre **positif**.

On appelle **racine carrée** de a le nombre **positif** dont le **carré vaut a**. Ce nombre est noté $\sqrt{a}$

On a : $\sqrt{a} > 0$ et $(\sqrt{a})^2 = a$.

Exemples :

$\sqrt{16} = 4$ car $4 > 0$ et $4^2 = 16$.

$\sqrt{1} = 1$ car $1 > 0$ et $1^2 = 1$

$\sqrt{0} = 0$

$\frac{7}{4} > 0$ et $\frac{7}{4}^2 = \frac{49}{16}$ donc $\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$

$(\sqrt{11})^2 = 11$

Remarques :

- Le symbole $\sqrt{\ }$ est appelé « **radical** ».
- La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas car il n'y a aucun nombre dont le carré soit négatif. En effet, $\sqrt{-5}$ n'existe pas car il n'y a aucun nombre dont le carré soit égal à – 5.

Propriété :

Soit a un nombre positif, alors

$$\sqrt{a^2} = a$$

Exemple :

$\sqrt{3^2} = 3$.

Remarque :

Un **carré parfait** est un nombre dont la racine carrée est un nombre entier.

$\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$ donc 36 est un carré parfait.

EXERCICES : (Définition)

II. Opérations sur les racines carrées

Propriété :

Soient a et b deux entiers positifs, alors on a

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Exemples :

$A = \sqrt{3} \times \sqrt{27}$
$A = \sqrt{3 \times 27}$
$A = \sqrt{81}$
$A = 9$

$B = \sqrt{32}$
$B = \sqrt{16 \times 2}$
$B = \sqrt{16} \times \sqrt{2}$
$B = 4\sqrt{2}$

Propriété :

Soient a et b deux entiers positifs tel que b soit non nul, alors on a

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Exemples :

$C = \dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$

$A = \sqrt{\dfrac{32}{2}}$

$A = \sqrt{16}$

$A = 4$

$D = \sqrt{\dfrac{5}{9}}$

$D = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}}$

$D = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

Remarques :

Attention : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ et $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

Exemples :

$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$ alors que $\sqrt{4+9} = \sqrt{13} \approx 3{,}6$

$\sqrt{16} - \sqrt{9} = 4 - 3 = 1$ alors que $\sqrt{16-9} = \sqrt{7} \approx 2{,}6$

Remarque :

On évite le plus souvent d'écrire une racine carrée au dénominateur d'une fraction. On va donc faire la transformation suivante :

$$E = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

EXERCICES : (Opérations sur les racines carrées)

III. Équation du type $x^2 = a$

Propriété :

Soit a un nombre donné.

- Si a < 0 alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.
- Si a = 0 alors l'équation $x^2 = 0$ admet une unique solution: x = 0.
- Si a > 0 alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions:
  - l'une positive : $x_1 = \sqrt{a}$
  - l'autre négative : $x_2 = -\sqrt{a}$

Preuve : Si a > 0, alors x^2 = a alors x^2 – a = 0 donc $x^2 - \sqrt{a}^2 = 0$ donc $(x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0$
Or si un produit de facteurs est nul alors l'un des deux facteurs est nul.

Donc $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$

Exemples :

Résoudre les équations suivantes.

(1) $x^2 = -5$ (2) $x^2 = 13$

L'équation (1) n'a pas de solution car il n'existe pas de nombre dont le carré soit égal à – 5.
L'équation (2) admet deux solutions : $x_1 = \sqrt{13}$ et $x_2 = -\sqrt{13}$.

EXERCICES : (Équations du second degré)